

Inleiding in de Relativiteitstheorie

De wondere wereld van ruimte en tijd

Ty Finnally, december 2017

Dit is een algemene inleiding over de relativiteitstheorie van Albert Einstein. In deze inleiding worden de denkbeelden geschetst die hebben geleidt tot de Speciale en Algemene Relativiteitstheorie. De ideeën worden uit de doeken gedaan met een minimaal gebruik van wiskunde. Daarom is het uitermate geschikt voor een eerste kennismaking met de relativiteitstheorie. De inleiding bestaat uit de volgende tien colleges:

Deel I Speciale Relativiteitstheorie

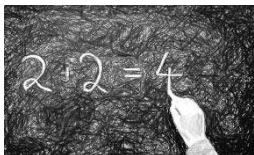
- | | |
|-----------------------|-----------|
| 1. Lichtsnelheid | pagina 2 |
| 2. Relativiteit | pagina 4 |
| 3. Ruimtetijd | pagina 6 |
| 4. Oorzaak en gevolg | pagina 8 |
| 5. Rek en krimp | pagina 10 |
| 6. Tegenstrijdigheden | pagina 12 |

Deel II Algemene Relativiteitstheorie

- | | |
|--------------------|-----------|
| 7. Zwaartekracht | pagina 14 |
| 8. Voorbeelden | pagina 17 |
| 9. Tweelingparadox | pagina 20 |
| 10. Gevolgen | pagina 23 |

Ten geleide

De relativiteitstheorie is in eerste opzet bedrieglijk eenvoudig. Zij gaat er van uit dat de lichtsnelheid altijd constant is. Bij grote snelheden heeft dit grote consequenties voor de beleving van ruimte en tijd. Daarnaast verklaart de theorie het bestaan van zwaartekrachtsgolven en gravitatielenzen.



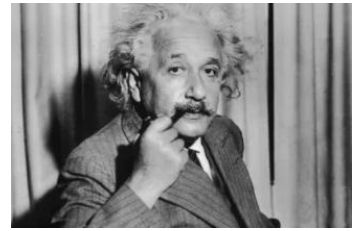
Eenvoudige wiskunde

Ik probeer een beeld te schetsen van de relativiteitstheorie met wiskunde die binnen ieders bereik ligt. Middels eenvoudig redeneren wil ik Einsteins visie op het universum eenzelfde plaats geven in jouw intellectuele bagage, als de ideeën van Euclides en Newton. Ik gebruik tal van voorbeelden en analogieën om de theorie toe te lichten. Om met de woorden van Einstein te spreken: “Alles moet zo simpel mogelijk gemaakt worden, maar niet simpeler”.

Deel I Speciale Relativiteitstheorie

1. Lichtsnelheid

Albert Einstein (1879) is met zijn relativiteitstheorie uit 1905, de meest tot de verbeelding sprekende intellectuele held van de twintigste eeuw. Met zijn vernuft en ideeën inspireert hij niet alleen natuurkundigen, maar ook studenten en het grote publiek. Naast de relativiteitstheorie is Einstein onder andere ook bezig geweest met quantummechanica, veldentheorie en kosmologie. In deze inleiding probeer ik om de ideeën achter de relativiteitstheorie helder te krijgen.



Albert Einstein

Er is geen ander onderwerp dat zo theoretisch en wiskundig is als de relativiteitstheorie, en toch in het middelpunt van de belangstelling staat. De relativiteitstheorie beschrijft slechts de meetkunde van ruimte en tijd. Ondanks deze schijnbare eenvoud gaat de theorie toch sterk tegen onze intuïtie in. Dit komt vooral doordat de effecten van de relativiteitstheorie pas zichtbaar worden bij extreem hoge snelheden.

Achtergrond

Algemeen wordt aangenomen dat Pythagoras (550 v.Chr.) de eerste was die ons leerde dat de Aarde een in de ruimte zwevende bol was. Dit bracht de gewone man in verwarring. Hoe wordt de Aarde dan ondersteund, en waarom vallen de mensen aan de andere kant niet van de Aarde af? Copernicus (1473) beweerde enige tijd later dat de Zon het middelpunt van het heelal was. Dit werd wederom niet begrepen. Want hoe kon de Aarde, die duidelijk in rust was, ruim één miljoen kilometers per dag door de ruimte reizen?



Het relativiteitsprincipe

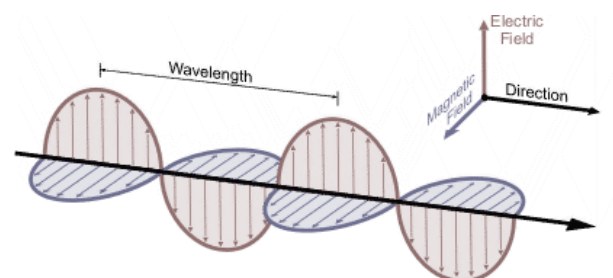
De natuurwetenschappen zijn gericht op het bestuderen van wat er in de wereld om ons heen gebeurt. Dat deed Galileo Galileï (1564) ook toen hij het *relativiteitsprincipe* opstelde. Dit principe zegt “De wetten van de mechanica zijn onafhankelijk van de snelheid van de waarnemer”. Het is dus voor de waarnemers onmogelijk om te bepalen wie in beweging of wie in rust is. Dit heeft tot gevolg dat beweging relatief is, en afhankelijk is van de beweging van de waarnemer.

Isaac Newton (1643) is de grondlegger van de hedendaagse mechanica. Hij gaf een omschrijving van tijd en ruimte, waarin beide absoluut en onveranderlijk waren. Tijd en ruimte vormden in zijn ogen een onzichtbaar fundament dat het heelal vorm en structuur geeft. Zijn *traagheidswet* is regelrecht overgenomen van het relativiteitsprincipe van Galileï. De *gravitatiewet* van Newton beschrijft de aantrekking tussen voorwerpen door zwaartekracht. Volgens Newton werkt deze kracht direct, ongeacht de afstand.

Dit gedachtegoed van Newton hield ruim 200 jaar stand. Er waren echter een aantal natuurverschijnselen die niet met de mechanica van Newton verklaard konden worden. Hoewel de wetenschap hier aanvankelijk niet zo zwaar aan tilde, bleek uiteindelijk dat zij op deze verschijnselen geen antwoord had. Ook niet als er kleine wijzigingen in de bestaande theorieën werden aangebracht. Aan het begin van de twintigste eeuw werd de lijst van verschijnselen zo groot, dat het duidelijk was dat er iets nieuws bedacht moest worden.

Gedachtenexperiment

Einstein waardeerde het visuele gedachtenexperiment. Hij had als natuurkundestudent al geleerd wat een lichtstraal was. Een bundel trillende elektrische en magnetische veldjes die met 300.000 kilometer per seconde voortsnelde. Einstein wilde in een gedachtenexperiment met precies dezelfde snelheid naast zo’n bundel mee rennen. Dan zou hij die trillende veldjes stationair naast hem in de ruimte moeten zien hangen.



Elektromagnetische straling

Maar dat klopt niet met de ideeën van James Clerk Maxwell (1831). Met de ontdekking van het elektromagnetisme had hij laten zien dat stationaire veldjes niet kunnen bestaan. Deze veldjes moeten zich met de lichtsnelheid voort bewegen. Bovendien rijmde stationaire veldjes niet met het relativiteitsprincipe van Galileï. Einstein concludeerde dat de wetten van Maxwell altijd golden, en dat voor de lichtsnelheid altijd dezelfde waarde wordt gemeten.

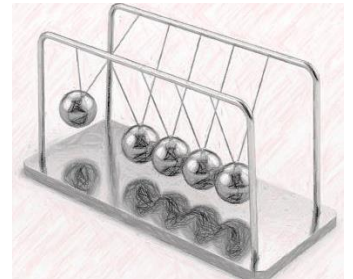
Relativiteitstheorie

De Relativiteitstheorie omvat twee nauw verweven theorieën van Einstein: de Speciale Relativiteitstheorie en de Algemene Relativiteitstheorie. Deze theorieën veranderden de natuurkunde en astronomie in de 20ste eeuw, en verving de mechanische theorie van Newton.

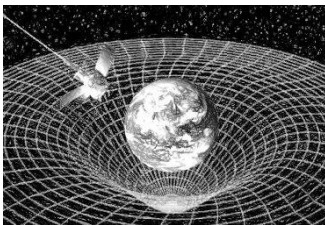
De Speciale Relativiteitstheorie beschrijft de constante beweging. Voor waarnemers die hieraan voldoen gelden de volgende twee uitgangspunten:

- De natuurwetten zijn altijd gelijk
- De lichtsnelheid is altijd gelijk

Het eerste uitgangspunt leunt dicht tegen het relativiteitsprincipe van Galileï aan. Het tweede uitgangspunt was in de tijd van Einstein geheel nieuw. Om deze twee uitgangspunten samen te brengen waren nieuwe methodes nodig om plaats en tijd van verschillende waarnemers te bepalen.



De natuurwetten zijn gelijk voor alle waarnemers met constante snelheid



De ruimte wordt gekromd rond een massa

De Algemene Relativiteitstheorie is een beschrijving van versnelde beweging. Zij zegt dat een waarnemer in een zwaartekrachtsveld *gelijkwaardig* is met een waarnemer die een constante versnelling ondervindt. Dit is het *equivalentieprincipe*. Dat wil zeggen dat alle natuurwetten voor beide waarnemers gelijk zijn. In deze theorie wordt zwaartekracht niet langer als een kracht gezien, maar als een meetkundige eigenschap van de ruimte zelf. Een massa trekt de ruimte krom, waardoor het lijkt alsof andere massa's worden aangetrokken.

Lichtsnelheid

De lichtsnelheid speelt een sleutelrol in de relativiteitstheorie. Bekend is dat Galileï de lichtsnelheid al probeerde te meten door met lantaarns tussen bergtoppen te seinen. Het gaat echter niet om de exacte waarde van de lichtsnelheid, maar om de impact die deze heeft. De lichtsnelheid is groot. Heel erg groot. Zelfs zo groot dat wij normaal gesproken niet eens het gevoel hebben dat het licht een snelheid heeft. Het licht is er gewoon.

Omdat de lichtsnelheid zo groot is merken wij helemaal niets van de relativiteitstheorie. Toch doet licht er ruim één seconde over om van de Maan naar de Aarde te reizen, en ruim acht minuten vanaf de Zon. Op kosmologische schaal is de lichtsnelheid niet erg groot, en daar speelt de relativiteitstheorie wel degelijk een grote rol.



Seinen met een lantaarn

Tot slot

Vandaag de dag krijgen natuurkundigen nog regelmatig brieven van mensen die het beter denken te weten dan Einstein, en zijn theorieën willen verbeteren. Maar zo werkt de wetenschap niet. Theorieën worden niet zomaar vervangen, maar er wordt op voortgebouwd. Onderdeel hiervan is dat alles steeds verder worden vereenvoudigt. Het mag duidelijk zijn dat de relativiteitstheorie niet op verbetering of weerlegging ligt te wachten.

2. Relativiteit

Het grootste deel van onze kennis wordt bepaald door indrukken die wij opdoen via onze zintuigen. Wat wij een gezonde kijk op het leven noemen, is gebaseerd op waarnemingen waarvan de omvang binnen een nauw gebied liggen. Dit geeft ons slechts een beperkt beeld van het heelal. Vergelijkbaar met het beeld dat een toerist krijgt van het interieur van de Westminster Abbey, als die door het sleutelgat van een zijdeur kijkt.

Relatieve beweging

Galilei had zijn eigen gedachten over relatieve beweging. Hij zei: “Sluit jezelf op, benedendeks van een groot schip. Neem een grote kom water met enkele vissen erin. Als het schip stilligt, zwemmen de vissen zonder voorkeur in alle richtingen. Laat dan het schip met constante snelheid varen. Je zult géén verschil merken, en evenmin kun je zeggen of het schip beweegt of niet.”



De kajuit van een bewegend schip

Een conducteur in een trein ziet een ander trein voorbij komen. Onder de juiste omstandigheden is het voor hem onmogelijk om te bepalen welke trein in beweging is. Dit is een ervaring die iedereen wel eens heeft gehad. De *relatieve* snelheid ten opzichte van de andere trein is makkelijk te bepalen. Maar zonder oriëntatiepunt lijkt het soms wel of je eigen trein achteruit beweegt.

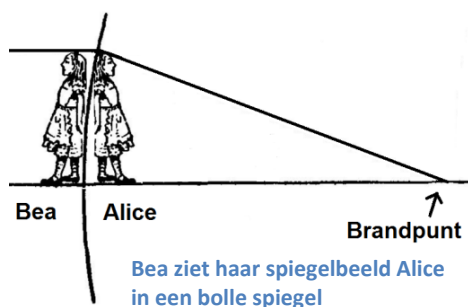


Een luchtballon drijft voorbij

Hoog in de wolken drijven twee luchtballonnen langs elkaar heen. De piloot van de ene luchtballon denkt dat de zijne stil hangt, terwijl de andere luchtballon aan hem voorbij gaat. Als hij zich op de grond onder hem kan oriënteren, kan hij zijn snelheid ten opzichte van de Aarde bepalen. Hij kan ook bepalen wat zijn snelheid is ten opzichte van de Zon of ten opzichte van de Poolster. Maar daarmee kan hij niet zijn absolute snelheid te bepalen. In het hele universum bestaat niet zoiets als *absolute snelheid*, of *absolute rust*.

Alice in spiegelland

William Garnett (1850) heeft een voorbeeld bedacht waarop de natuur ons kan misleiden met een bolle spiegel. In onze wereld kijkt *Bea* in de bolle spiegel, en ziet daar haar spiegelbeeld dat we *Alice* noemen. Natuurlijk is het doen en laten van Alice volledig afhankelijk van het doen en laten van Bea. We vergelijken nu de waarnemingen van Bea met de levenswandel van Alice, zoals beschreven door Garnett.



Bea is 120 cm lang en zij staat met haar rug tegen de spiegel. Zij heeft een duimstok in haar hand en ze ziet dat ze even groot is als Alice. Bea loopt 150 cm van de spiegel weg en ze kijkt om. Als de kromtestraal van de spiegel twaalf meter is, zal Bea zien dat Alice slechts 120 cm van de spiegel verwijderd is. Ook ziet zij dat Alice gekrompen is tot 96 cm. De duimstok van Alice, die oorspronkelijk 100 cm lang was, is gekrompen tot 80 cm.

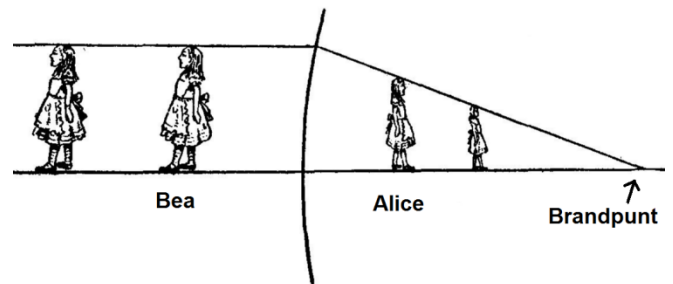
Om Bea te overtuigen van het tegendeel meet Alice zich op met haar duimstok. Maar haar duimstok is in verhouding evenveel kleiner geworden als zijzelf. Alice wordt steeds kleiner naarmate Bea verder van de spiegel wegloopt. Loodrecht op de middellijn wordt eigenlijk *alles* in de wereld van Alice kleiner als Bea zich van de spiegel verwijderd. Het is een eigenschap van de ruimte *in* de bolle spiegel.



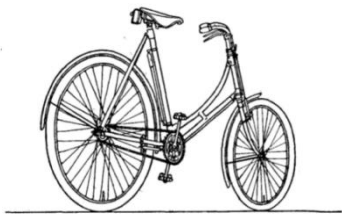
Bea ziet dat Alice steeds kleiner wordt

Bea legt nu haar duimstok *langs* de middellijn, in de richting van het brandpunt. Bea is 30 cm breed maar Alice blijkt op 120 cm van de spiegel nog maar 19 cm breed te zijn. De verkleining langs de middellijn is groter dan loodrecht erop. Bea ziet dat als zij van de spiegel weg loopt, Alice sneller dunner wordt dan korter. Deze verkleining langs de middellijn is een andere eigenschap van de ruimte *in* de bolle spiegel.

Bea loopt nu met gelijke stappen van de spiegel weg. Alice doet haar na, maar in de ogen van Bea worden de stappen van Alice steeds kleiner. Bea kan zo ver weg lopen als zij wil, maar Alice zal het brandpunt nooit bereiken. En wat Bea het brandpunt noemt, is voor Alice een punt in het oneindige. De lijnen van de weg van Alice zijn voor haar evenwijdig, terwijl Bea ziet dat die lijnen uiteindelijk in het brandpunt samenkomen.



Langs de middellijn is de verkleiningsfactor het kwadraat van de verkleiningsfactor loodrecht op de middellijn



Alice's fiets heeft een aparte vorm

Ten slotte stapt Bea op haar fiets en ze fietst weg van de spiegel. Alice doet hetzelfde, maar haar voorwiel is kleiner dan haar achterwiel. De wielen hebben een ellips vorm en bovendien moeten de spaken afwisselend uitrekken in inkrimpen om in de velg te passen. Zorgvuldige meting overtuigd Alice ervan dat haar tweewieler volkomen normaal is, terwijl Bea het een hoogst ongemakkelijk voertuig blijft vinden.

Het doel van *Alice in spiegelland* is niet om te zeggen dat wij in een spiegelland leven. Maar als dit het geval was, is er geen enkele manier is om dit te bevestigen of te weerleggen. Als de natuur haar wetten maakt kan zij ons met een volmaakt ondoordringbare sluier omgeven. Waarschijnlijk zullen we de natuur nooit volledig doorgronden.

Gedachtenexperiment

Einstein wilde de wetten van Maxwell rijmen met het relativiteitsprincipe. Stel dat er een perronchef naast een spoorlijn op een perron staat, en dat een lichtstraal in het verlengde van de spoorlijn schijnt. Precies op dat moment raast een trein voorbij met een snelheid van 3.000 kilometer per seconde.

De perronchef meet voor de lichtstraal een snelheid van 300.000 kilometer per seconde. Stel nu eens dat de conducteur in de trein het licht met slechts 297.000 kilometer per seconde langs zou zien schieten. Dat betekent dat de lichtsnelheid niet constant zou zijn, en dat de wetten van Maxwell in de trein anders werken dan daarbuiten. Dit is strijdig met het relativiteitsprincipe. Daarom nam Einstein aan dat de lichtsnelheid constant is, onafhankelijk van de snelheid van de waarnemer.



De conducteur meet dezelfde lichtsnelheid als de perronchef

Maar als de lichtsnelheid voor de perronchef en de conducteur hetzelfde is, moet de waarneming van ruimte en tijd wel veranderen. De oplossing van Einstein was dat bij beweging, de tijd vertraagd en de ruimte samentrekt.

Tot slot

Uiteindelijk kunnen wij slechts terugvallen op onze zintuigen, eventueel aangescherpt door extra instrumenten. Alles draait om perceptie en de manier waarop wij de zaken interpreteren. Waarnemingen kunnen echter verkeerd worden uitgelegd, zoals duidelijk wordt door een anekdote van sir Alfred George Greenhill (1847).

Aan de technische school Cooper's Hill werd een receptie gehouden waarbij men de natuurkundige laboratoria kon bezichtigen. Een jongedame zag in een laboratorium haar beeltenis omgekeerd in een grote holle spiegel. Dit ontlokte haar de opmerking: "Die spiegel hangt ondersteboven".



Alles draait om hoe wij onze waarnemingen interpreteren

3. Ruimtetime

Tegenwoordig begrijpt iedereen de uitgangspunten van de mechanica van Newton, maar alleen een specialist kan de *Principia* begrijpen. Voor het begrijpen van de wiskundige afleidingen van Einstein zijn wederom specialisten nodig. Maar de ideeën achter zijn relativiteitstheorie kunnen ook zonder hogere wiskunde uitgelegd worden.

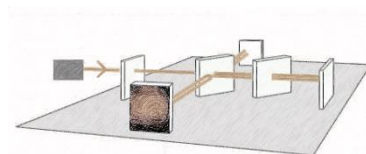


De principes die Newton gebruikte voor het opstellen van zijn mechanica waren gebaseerd op ideeën van Kepler, Galilei en vele anderen. Newton nam aan dat tijd en ruimte absoluut zijn. Tijd verstrijkt regelmatig en onafhankelijk van iets anders, terwijl ruimte een onveranderlijke en onbeweegbare standaard is. Dit maakt het mogelijk om op ieder moment de positie van ieder voorwerp in het heelal te bepalen.

Voor een leek brachten deze veronderstellingen geen moeilijkheden met zich mee. Hij zou geschokt zijn als hij ze in twijfel zou moeten trekken. Op Aarde beweegt dan ook niemand met extreem hoge snelheden. Daarom komen de tijd- en ruimte-assen van de ene mens zeer goed overeen met die van de andere.

Ruimtetime

Het *Michelson-Morley experiment* uit 1887 bewees definitief dat de lichtsnelheid voor *alle* waarnemers gelijk is. Omdat snelheid wordt gedefinieerd als afstand gedeeld door tijd, is de enige plausibele verklaring dat de tijd vertraagd, en de ruimte samentrekt. Dit is de essentie van de relativiteitstheorie.



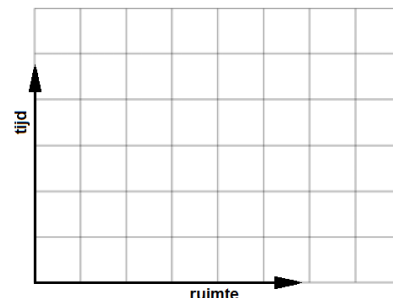
De opstelling van het Michelson-Morley experiment

Als je een lichtstraal voorbij ziet schieten maakt het dus niets uit met welke snelheid de lichtbron zich naar je toe of van je af beweegt. Je ziet de lichtstraal altijd met een snelheid van 300.000 kilometer per seconde voorbijkomen.

In de relativiteitstheorie zijn ruimte, tijd en beweging relatieve begrippen. Het samenspel van ruimte en tijd, de *ruimtetime*, is echter wél een absoluut geheel. De ruimtetime is de enige natuurkundige werkelijkheid die bestaat.

Minkowski-diagram en Referentiekader

Tijd meten we met een klok en afstand met een duimstok. Beide gaan we nu op een speciale manier weergeven in een *Minkowski-diagram*¹⁾. Hierin staat horizontaal de ruimte en verticaal de tijd. Omdat de invloed van beweging zich beperkt tot één ruimte-as, hoeven we er niet meer te tekenen.



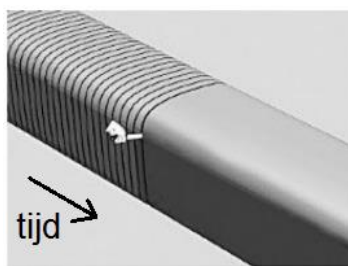
Het Minkowski-diagram, met horizontaal de ruimte en verticaal de tijd

Het Minkowski-diagram wordt ook wel het *referentiekader* van een waarnemer genoemd. We hadden al gezien dat beweging relatief is. Daarom krijgt iedere waarnemer zijn eigen referentiekader. Waarnemers zijn ten opzichte van elkaar in rust als hun referentiekaders exact hetzelfde zijn.

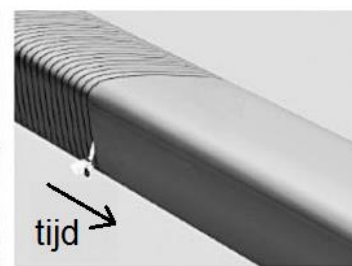
Ruimtebrood

We kunnen ruimtetime vergelijken met een ruimtebrood, met twee ruimte-assen en een tijd-as. Als een trein stil staat snijden we *rechte* plakjes af van het brood. Maar als de trein in beweging komt worden de plakjes een klein beetje *schuin* afgesneden.

Hoe sneller de trein gaat, hoe schuiner de plakjes afgesneden worden. De schuine plakjes weerspiegelen dezelfde werkelijkheid als de rechte plakjes, want ze komen van hetzelfde ruimtebrood. Het verschil is dat we vanuit de rijdende trein anders tegen de werkelijkheid aankijken dan wanneer de trein stil staat.



De trein staat stil en de plakjes worden recht afgesneden



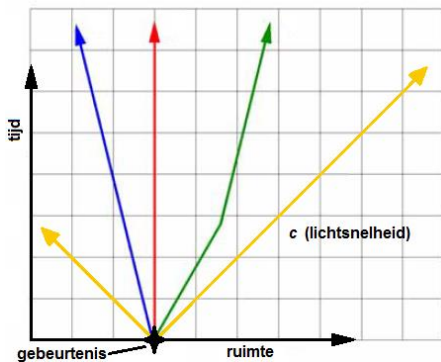
Als de trein in beweging is worden de plakjes schuin afgesneden

Elke waarnemer draagt dus zijn eigen klok en duimstok bij zich, en ieder waarnemer heeft zijn persoonlijke referentiekader. Als twee waarnemers naast elkaar staan komt het referentiekader van de één exact overeen die van de ander. Maar als de waarnemers ten opzichte van elkaar bewegen is dat niet langer het geval. De ruimtetijd is wel één absoluut geheel, maar afhankelijk van je snelheid kijk je anders tegen die werkelijkheid aan.

Voor iedereen in hetzelfde referentiekader zijn de natuurwetten altijd gelijk. Er zijn geen speciale formules nodig om de waarnemingen om te rekenen. Omdat wij mensen in één groot referentiekader op Aarde wonen, werkt de mechanica van Newton bij ons zo bijzonder goed.

Gebeurtenis, Wereldlijn en Lichtkegel

Ieder *punt* in het Minkowski-diagram staat voor een *gebeurtenis*. Het is een bepaalde plek op een bepaald tijdstip, zoals de kroning van Willem-Alexander of het tekenen van een contract. Op dezelfde manier beslaat de Nijmeegse vierdaagse een hele reeks van gebeurtenissen, die zich bovendien ieder jaar herhalen.



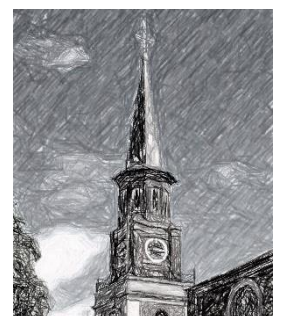
Verschillende wereldlijnen in het Minkowski-diagram; een lichtstraal loopt altijd diagonaal

Een aansluitende reeks gebeurtenissen is bijvoorbeeld de beweging van een tennisbal. Een beweging wordt in het Minkowski-diagram getekend als een pad, hier een *wereldlijn* genoemd. De wereldlijn van een voorwerp dat met constante snelheid beweegt is een rechte lijn. De wereldlijn van een lichtstraal is een diagonaal. Eén blokje omhoog (1 seconde) is voor de lichtsnelheid gelijk aan één blokje opzij (300.000 kilometer).

Een *lichtkegel* heeft altijd een gebeurtenis als oorsprong, en is begrensd door de wereldlijnen van de lichtstraal. Gebeurtenissen kunnen elkaar beïnvloeden wanneer de lichtkegels elkaar overlappen. De lichtsnelheid wordt weergegeven met de letter *c*.

Gedachtenexperiment

Stel dat een kerktoeren in tegengestelde richting twee lichtpulsen uitzendt. Omdat elke lichtpuls een beetje energie heeft, zal de totale energie-inhoud van de kerktoeren een beetje minder worden. Voor de chauffeur van een rijdende auto beweegt de kerktoeren. Beide lichtpulsen hebben voor hem wederom de lichtsnelheid, maar de energie van de lichtpulsen zal verschillen. De lichtpuls in de richting van de rijdende auto heeft een lagere energie dan de andere. Dit kan alleen als de kerktoeren, naast wat energie, ook een beetje massa verliest. Massa en energie zijn dus gelijkwaardig en uitwisselbaar.



Twee lichtpulsen in tegengestelde richting vanuit de kerktoeren

Tot slot

De relativiteitstheorie is van wezenlijk belang, overal waar grote afstanden, grote tijdsverschillen, grote snelheden of grote massa's een rol spelen. Samenvattend:

- Bewegende klokken lopen langzamer dit effect heet *tijdrek*, of *tijddilatatie*
- Bewegende voorwerpen trekken samen dit effect heet *lengtekrimp*, of *lengtecontractie*
- Bewegende voorwerpen worden zwaarder dit effect heet *massatoename*

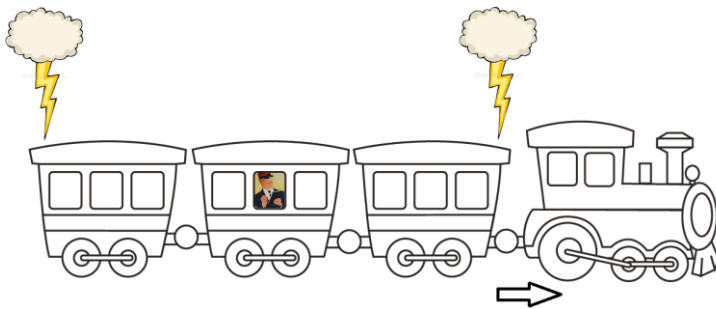
1. Het Minkowski-diagram is genoemd naar Hermann Minkowski (1864). In dit tweedimensionale ruimtetijd diagram staan gebeurtenissen en hun lichtkegels centraal. Middels dit diagram kun je de referentiekaders van verschillende waarnemers eenvoudig met elkaar vergelijken.

4. Oorzaak en gevolg

In het dagelijks leven hebben wij geen last van de effecten van ruimtetijd. Niemand twijfelt aan onze woorden als we zeggen dat we tijdens het avondeten naar een live-voetbalwedstrijd in Amerika hebben gekeken. Of dat we op hetzelfde moment twee bliksems zagen inslaan. Maar wij leven ook in een wereld waar normaal gesproken wordt gemeten in meters en seconden.

Gedachtenexperiment

Stel je voor dat een perronchef langs een spoorlijn staat terwijl er een trein voorbijraast. Op het moment dat de trein passeert wordt deze aan beide uiteinden door een bliksemschicht getroffen. Omdat de bliksemschichten zich op dezelfde afstand van de perronchef bevinden, bereikt hun licht zijn oog op hetzelfde moment. Hij is er dus van overtuigd dat beide bliksems op één en hetzelfde tijdstip in de trein insloegen.

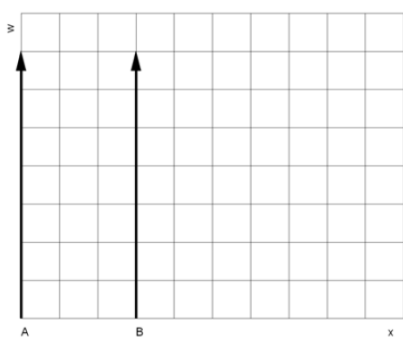


Intussen staat een conducteur halverwege de rijdende trein. Het licht van beide bliksemschichten moet voor hem dezelfde afstand afleggen om hem te bereiken. Maar omdat de trein rijdt, zal het licht dat van het achterste deel van de trein komt een grotere afstand afleggen om de trein in te halen. Dit licht bereikt de conducteur daarom iets later dan het licht dat van de voorkant komt. De conducteur

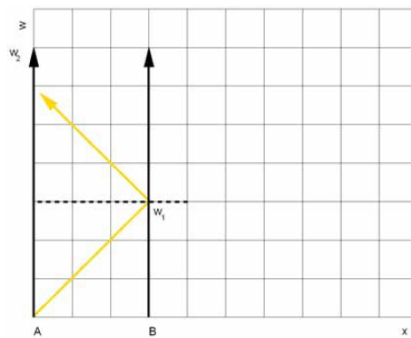
concludeert dat de blikseminslagen *niet* gelijktijdig plaatsvonden, omdat het licht hem niet tegelijk bereikt. De bliksem sloeg volgens de conducteur aan de voorkant van de trein eerder in dan aan de achterkant.

Gelijktijdigheid

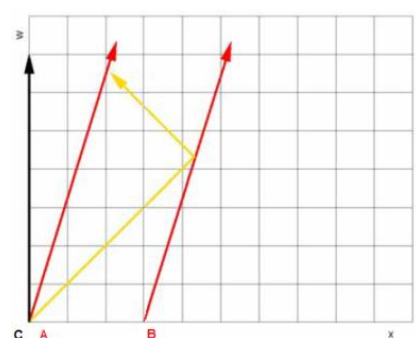
Anna en Britt willen graag hun klokken gelijk zetten. Omdat ze naast elkaar staan, bevinden ze zich in hetzelfde referentiekader. Alleen hun positie verschilt een beetje. Anna stuurt een lichtsignaal naar Britt. Zodra dit aankomt zet Britt haar klok op nul en stuurt een lichtsignaal terug. Anna halveert het tijdsverschil tussen het verstuurd en ontvangen lichtsignaal om ook háár klok op nul te zetten. Beide dames zijn er nu van overtuigd dat zij hun klokken gelijk hebben gezet.



Anna en Britt staan naast elkaar, en ze bevinden zich in het Minkowski-diagram in hetzelfde referentiekader



Anna en Britt versturen over en weer een lichtsignaal, en zetten hun klokken gelijk op w_1

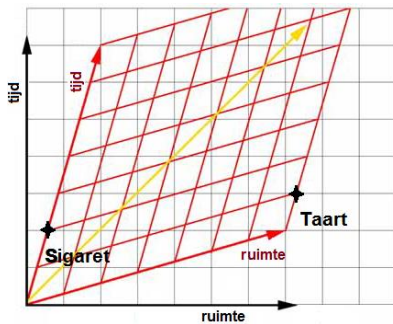


Charlie kijkt vanuit zijn referentiekader naar het gelijkzetten van de klokken van Anna en Britt

Maar dan komt Charlie voorbijrazen in een trein. Hij ziet de pogingen van Anna en Britt met lede ogen aan. Volgens hem staan de klokken van beide dames niet gelijk, maar hij bevindt zich dan ook in een ander referentiekader. Vanuit zijn gezichtspunt loopt de klok van Britt voor op die van Anna. De gebeurtenissen die voor de één gelijktijdig zijn, zijn dat voor de ander niet. Gelijktijdigheid is relatief.

Oorzaak en gevolg

Er is slechts één werkelijkheid, één ruimtetijd en één brood waarvan we plakjes afsnijden. Binnen die ruimtetijd vinden bepaalde gebeurtenissen plaats. Leo steekt bijvoorbeeld een *sigaret* op en Marja laat een *taart* vallen. De vraag is of de taart viel omdat de sigaret werd aangestoken of andersom. We verhoren Guus, die voor het huis van Leo en Marja stond te wachten, en Hilde die met de tram langs kwam gereden.

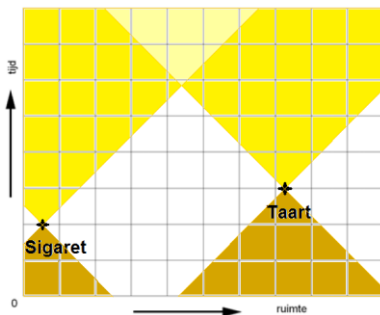


Guus (zwart) zegt dat de sigaret eerst werd aangestoken en dat daarna de taart op de grond viel. Hilde (rood) daarentegen is ervan overtuigd dat de taart viel vóórdat de sigaret werd aangestoken. Het feit dat Hilde in beweging is ten opzichte van Guus verklaart veel. Daarom is het rode referentiekader van Hilde enigszins opgerekt vergeleken met het zwarte referentiekader van Guus.

Dit is logisch als je bedenkt dat gelijktijdigheid relatief is voor bewegende waarnemers. Maar is het aansteken van de sigaret nu het gevolg van het vallen van de taart, of is het precies andersom?

Lichtkegel

We hebben twee *lichtkegels* getekend rondom beide gebeurtenissen in het referentiekader van Guus. Wanneer we het referentiekader van Hilde hadden gebruikt, hadden we echter een exact gelijk plaatje gekregen.



Een lichtkegel heeft altijd een gebeurtenis als oorsprong. De achterwaartse donkergele lichtkegel bevat alle gebeurtenissen *in het verleden*. De voorwaartse lichtgele lichtkegel bevat alle gebeurtenissen *in de toekomst*. Gebeurtenissen kunnen elkaar alleen beïnvloeden als hun lichtkegels overlappen. De volgorde van gebeurtenissen wordt ook vastgelegd als er overlappende lichtkegels zijn.

In ons geval hebben beide gebeurtenissen, het *aansteken van de sigaret* en het *vallen van de taart*, geen overlappende lichtkegels. Dat betekent dat ze elkaar *niet* konden beïnvloeden, en dat hun exacte volgorde *niet* vastligt. Dit blijkt ook uit het bovenstaande zwarte en rode referentiekader.

Tot slot

Twee gebeurtenissen kunnen vanuit het gezichtspunt van de ene waarnemer gelijktijdig zijn, terwijl ze zich voor een tweede waarnemer op verschillende tijdstippen afspelen. Bewegende waarnemers zullen het nooit eens worden over het precieze tijdstip van een gebeurtenis. Gelijktijdigheid is wederom relatief.

Omdat niets sneller kan gaan dan licht, kunnen de gevolgen van een gebeurtenis zich ook nooit sneller dan het licht door de ruimtetijd verspreiden. Daarom gebruiken we lichtkegels. Gebeurtenissen die in elkaars lichtkegel vallen kunnen elkaar beïnvloeden en hun volgorde ligt vast. Het gemeten tijdstip van de gebeurtenis hangt echter nog steeds af van de beweging van de waarnemers. Net zoals de ruimtetijd, zijn lichtkegels een absoluut gegeven.

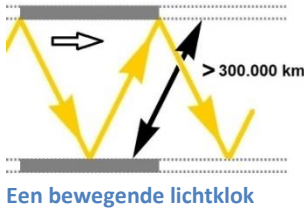
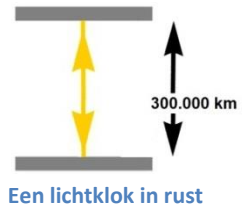
~

5. Rek en krimp

Iedereen draagt zijn eigen klok en duimstok bij zich, onze eigen meetinstrumenten voor het meten van tijd en afstand. Elke klok en duimstok is even nauwkeurig, maar ze komen niet overeen als ze ten opzicht van elkaar gaan bewegen. De klokken lopen ongelijk, en de duimstokken meten een andere afstand. Alleen op deze manier kan de lichtsnelheid onafhankelijk zijn van de beweging van de waarnemer. Ruimte en tijd passen zich aan zodat voor de lichtsnelheid altijd dezelfde waarde gevonden wordt. Ongeacht de snelheid van de waarnemer.

Gedachtenexperiment

Stel we maken een lichtklok, een toestel om tijd te meten. We zetten hiervoor twee spiegels op 300.000 kilometer van elkaar en laten een lichtpuls heen-en-weerkaatsen. Het tikken van de lichtklok zijn de momenten waarop de lichtpuls één van de spiegels bereikt. Voor Tim, die ten opzichte van de lichtklok stilstaat, tikt de lichtklok precies éénmaal per seconde.

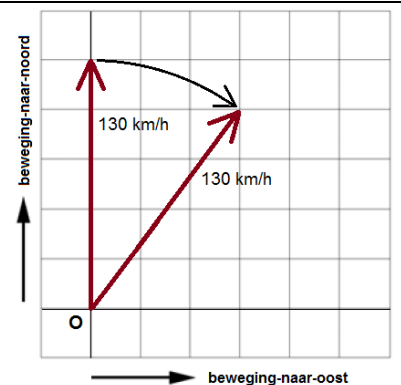


Nu geven we de lichtklok een grote horizontale snelheid. De verticale afstand tussen de spiegels verandert niet, maar vanuit Tim gezien legt het licht tussen twee tikken een langere weg af. We weten dat de lichtsnelheid constant is, dus het licht zal er langer over doen om de tweede spiegel te bereiken. Omdat het tijdsverschil tussen twee tikken langer is ziet Tim de lichtklok langzamer lopen.

Tom beweegt met de lichtklok mee. Voor hem gaat de lichtpuls nog steeds recht op-en-neer. Daarom tikt de lichtklok bij Tom nog steeds éénmaal per seconde.

Michelson-Morley diagram

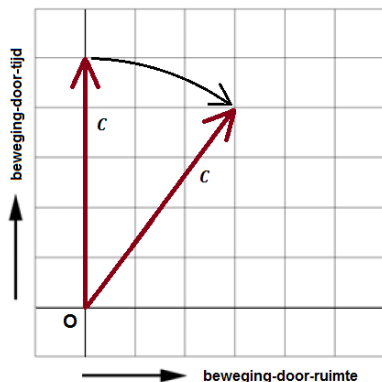
De machinist van een trein rijdt naar het noorden met de maximum snelheid van 130 kilometer per uur. Na een sierlijke bocht rijdt hij in noordoostelijke richting verder, waardoor zijn snelheid in noordelijke richting afneemt. De reden voor die afname is duidelijk. Aanvankelijk was de gehele snelheid van de trein gericht op een noordwaartse beweging. Maar toen de trein van richting veranderde werd een deel van die noordwaartse beweging omgezet in een oostwaartse beweging. Hierdoor bleef er minder snelheid over om naar het noorden te gaan.



De trein beweegt naar het noordoosten

Het *Michelson-Morley diagram*¹⁾ geeft een andere invalshoek voor de relativiteitstheorie. Dit diagram bevat de *gecombineerde beweging* van een voorwerp door ruimte-en-tijd. De snelheid van elk voorwerp door ruimte-en-tijd is altijd gelijk aan de maximum snelheid c .

Omdat een geparkeerde auto *ruimtelijk* in rust is vind alle beweging in de *tijd* plaats. De auto, de bestuurder, de straat en jijzelf bewegen alleen door de tijd met snelheid c . Wanneer de auto wegrijdt wordt een deel van zijn beweging-door-tijd, omgezet in beweging-door-ruimte. Daarom verstrijkt de tijd voor de auto en zijn bestuurder langzamer.



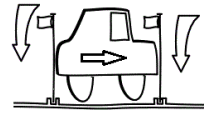
Het Michelson-Morley diagram bevat beweging door ruimte-en-tijd

De trein levert een deel van zijn noordwaartse snelheid in op het moment dat hij de bocht maakt. Voor de auto zal op dezelfde manier een deel van zijn beweging-door-tijd worden omgezet in beweging-door-ruimte, en zijn klok zal vertragen. De beweging-door-tijd is vermindert maar de totale snelheid door ruimte-en-tijd blijft gelijk aan c .

De maximum snelheid door de ruimte wordt bereikt wanneer alle beweging-door-tijd wordt omgezet in beweging-door-ruimte. Als de trein oostwaartse rijdt met 130 kilometer per uur is er geen plaats meer voor een noordwaartse beweging. Een beweging-door-ruimte met snelheid c , heeft geen plaats meer voor beweging-door-tijd. De tijd komt tot stilstand.

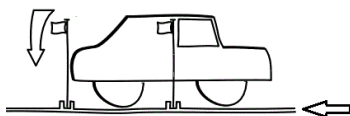
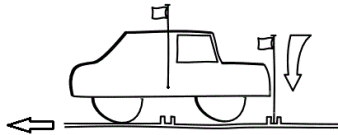
Snelweg

We gaan op de snelweg de langsrijdende auto van Alexander opmeten. Als de auto stil zou staan hebben we aan een duimstok voldoende. Omdat de auto doorrijdt hebben we echter een meer verfijnde methode nodig. Ik ga daarom met Frank naast de snelweg staan met ieder een vlag in de hand. Ik plant mijn vlag in de berm als de voorkant van de auto mij passeert, en Frank plant zijn vlag in de berm als de achterkant van de auto hém passeert. Dat Alexander doorrijdt is geen probleem, want met een duimstok kunnen we de afstand tussen de vlaggen meten.



Gelijktijdig planten van de vlaggen

Frank en ik moeten onze vlaggen wel *op hetzelfde moment* in de grond steken, want anders zouden we niet de juiste lengte meten. Volgens ons is de auto precies vijf meter lang.



Volgens Alexander planten Frank en ik de vlaggen ná elkaar

Maar hier is Alexander het niet mee eens. Hij bekritiseert met name het *gelijktijdig* planten van de vlaggen. Hoewel wij ons uiterste best hebben gedaan, is volgens hem de vlag aan voorkant *eerst* geplaatst en de vlag aan de achterkant pas *later*. Volgens Alexander staan daarom de vlaggen te dicht bij elkaar.

Voor waarnemers die ten opzichte van elkaar bewegen is het logisch dat zij de vlaggen niet tegelijk zien neerkomen, omdat *gelijktijdigheid voor hen relatief* is. Om dit te testen herhalen wij het experiment met andere snelheden, en inderdaad krijgen we verschillende lengtes voor de auto.

Wanneer de auto stopt blijkt dat hij zes meter lang is, zoals Alexander al beweerde.

Hand in hand

Stel dat jij bovenop de kogelronde planeet Theia staat. Er staan een aantal mensen om je heen, maar ze staan allemaal lager dan jij. Hoe verder weg, hoe lager ze staan. Jij weet zeker dat jij een speciale positie inneemt omdat jij bovenaan staat.



In jouw beleving sta jij alleen boven op Theia

Jouw buurman ervaart dit echter op zijn eigen manier. Hij is er óók van overtuigd dat hij bovenop Theia staat. En voor hem staat ook iedereen lager dan hem, inclusief jijzelf. Alle mensen op Theia delen diezelfde ervaring. Ze vinden allemaal dat ze bovenaan staan, en dat ieder ander lager staat dan zichzelf. En gezien vanuit hun *eigen* gezichtspunt heeft iedereen daar ook gelijk in.



Iedereen staat op de top

Vanuit ditzelfde idee kijken we nu naar bewegende waarnemers. Voor één ieder die zich beweegt ten opzicht van jou, lopen klokken langzamer en meten afstanden minder dan bij jou. Jij weet zeker dat jij een speciale positie inneemt, omdat bij jou de tijd het snelst verloopt en de afstanden het grootste zijn. Vanuit een bewegende waarnemer gezien geldt echter precies hetzelfde. Alle klokken lopen langzamer en alle afstanden zijn kleiner dan bij hem. Hoe je het ook wend of keert, iedereen staat altijd bovenop Theia.

Tot slot

Sommige dingen zijn relatief en andere dingen niet. Lucy en Rose staan bijvoorbeeld naast elkaar en zijn ongeveer even groot. Lucy neemt een flink aantal passen achteruit en ziet dat Rose kleiner is geworden. Vanuit Rose gezien is het echter Lucy die kleiner wordt. Door het *perspectief* zien ze elkaar kleiner worden naarmate ze verder van elkaar weg lopen. Gelukkig zijn we gewend aan dit perspectiefisch effect.



Op grotere afstand lijkt iemand kleiner

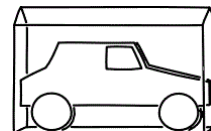
1. Het Michelson-Morley diagram is genoemd naar Albert Michelson (1852) en Edward Morley (1838), die in 1887 het Michelson-Morley experiment uitvoerden. In dit tweedimensionale ruimtetijd diagram staat een wijzer met een vaste lengte c , en een richting tussen 0 en 90 graden. Middels dit diagram kun je eenvoudig tijdrek en lengtekrimp bepalen.

6. Tegenstrijdigheden

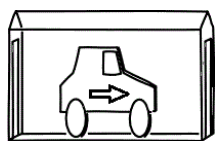
De meetkunde houdt zich bezig met lijnen, vlakken en ruimtelijke figuren. Er zijn talloze meetkundige voorbeelden om de effecten van ruimtetijd uit te leggen. Zij plaatsen ruimtetijd verschijnselen in de vertrouwde omgeving van de meetkunde. Erg befaamd is de lezing van twee voorwerpen die door elkaar heen bewegen, ook wel bekend als *de-raket-in-de-silo*, *de-ladder-in-de-schuur* of *de-auto-in-de-garage*. In al deze gevallen is er sprake van een schijnbare tegenstrijdigheid, een *paradox*, zodra een voorwerp zich begint te bewegen.

De-auto-in-de-garage

De jonge Chuck Norris heeft zijn eerste auto gekocht. Als trotse bezitter heeft hij de auto in de garage bij het huis van zijn ouders gestald. De auto is zes meter lang en precies even groot als de garage. Chuck z'n ouders willen in de garage echter wat ruimte overhouden, dus daar hebben ze iets op bedacht. Chuck rijdt met zijn auto naar het einde van de straat, geeft een flinke dot gas en komt met grote snelheid door de garage heen gereden.



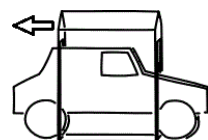
De auto past precies in de garage



De auto is gekrompen

Zijn ouders zijn erg tevreden met het resultaat. De auto van Chuck is gekrompen tot vier meter waardoor ze twee meter overhouden in hun garage. Chuck ziet daarentegen dat de garage is gekrompen en niet de auto. Volgens hem past de auto helemaal niet meer. Hoe kan dit? Ofwel de auto past wél in de garage, óf de auto past niet. De oplossing voor deze paradox heeft alles te maken met *relatieve gelijktijdigheid*, en waarnemers die ten opzicht van elkaar bewegen.

Volgens de ouders van Chuck rijdt de hele auto eerst de garage *in*, voordat hij er weer *uit* rijdt: *Voor-In*, *Achter-In*, *Voor-Uit*, *Achter-Uit*, en past de auto prima. Maar Chuck, die met grote snelheid komt aan gereden, ziet de gebeurtenissen in een andere volgorde. Eerst rijdt de voorkant van de auto door de ingang én uitgang van de garage, en daarna pas de achterkant: *Voor-In*, *Voor-Uit*, *Achter-In*, *Achter-Uit*. Volgens Chuck is de garage korter geworden.



De garage is gekrompen

Doorslaggevend is dat de voor- en achterkant van de auto een andere positie in de ruimte innemen. Dit geldt ook voor de in- en uitgang van de garage. Hierdoor hebben de gebeurtenissen *Achter-In* en *Voor-Uit* geen vaste relatie met elkaar. De ouders van Chuck krijgen het idee dat de auto past terwijl Chuck het tegendeel beweert. Gelijktijdigheid is dus afhankelijk van de beweging van waarnemers.

Tweelingparadox

De tweelingparadox is een klassiek gedachtenexperiment van de relativiteitstheorie. We nemen de tweelingbroers Frank en Ronald, en sturen Ronald op een flinke ruimtereis naar de dichtstbijzijnde ster. Als hij terugkomt op Aarde blijkt Ronald flink wat jonger te zijn dan zijn broer Frank, die rustig op Aarde zat te wachten. Dat zegt de relativiteitstheorie.

Omdat beweging relatief is (zie *College 2, Relativiteit*) kun je het hele verhaal ook omdraaien. Nu kijken we vanuit de ruimtereiziger Ronald, die zichzelf uiteraard in rust beschouwt. Dan bewegen Frank en de Aarde met grote snelheid van Ronald weg, totdat ze na enige tijd terugkomen bij het ruimteschip van Ronald. Zo bekeken is het Frank die heen en weer aan het reizen is geweest, en zou juist Frank jonger moeten zijn dan z'n tweelingbroer Ronald.



Ronald gaat op reis naar de dichtstbijzijnde ster

Wanneer de tweelingbroers op gelijke voet staan, zouden ze beiden zichzelf in rust kunnen beschouwen, terwijl de ander heen en weer reist. Maar als de tweelingbroers elkaar weer ontmoeten kan maar één van beide gelijk hebben. Of Ronald is jonger, of Frank, maar niet allebei. Hier hebben we een paradox te pakken.



Wie is nu de jongste van de twee

Voor de oplossing van deze paradox moeten we beseffen dat de situatie van Frank en Ronald niet symmetrisch is. Het is ten slotte Ronald die bij de Aarde versnelt, bij de ster afremt, opnieuw versnelt in tegengestelde richting en terug bij de Aarde weer afremt. Ronald ervaart dus op vier momenten een aanzienlijke versnelling. Frank daarentegen ondervindt voortdurend de aantrekkingskracht van de Aarde en de Zon. Deze krachten zijn echter volledig verwaarloosbaar bij de versnellingen die Ronald ervaart.

Daarom zal de ruimtereiziger Ronald uiteindelijk de jongste blijken te zijn. Een verdere uitwerking van de tweelingparadox is opgenomen in *College 9, Tweelingparadox*.

Ontbijttafel

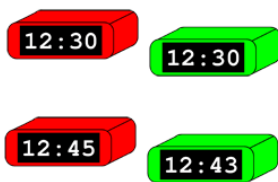
Stel ik zit met een vriend aan de ontbijttafel. Ik zeg dat mijn theepotje *voor* de theepot staat, terwijl mijn vriend zegt dat hij *achter* de theepot staat. Er is hier duidelijk sprake van een paradox. Deze wordt echter opgelost zodra je beseft dat *voor* en *achter* relatief zijn ten opzichte van de positie van mij en mijn vriend. Wij zitten namelijk recht tegenover elkaar.



Staat het theepotje nu *voor* of *achter* de theepot

Wekkers

Terwijl jij en ik van elkaar weglopen testen we welke wekker sneller loopt. Om de snelheid te bepalen moet je de wekkers wel *twéé* keer met elkaar vergelijken, want met *één* keer meet je slechts de huidige stand. Tussen de eerste en tweede vergelijking verplaatst de ene wekker zich ten opzichte van de andere. Dit is het moment dat *relatieve gelijktijdigheid* weer een rol speelt. Het vergelijken van de wekkers is hetzelfde als het bepalen van de gelijktijdigheid van twee gebeurtenissen.



Als ik zeg dat jouw wekker langzamer loopt, vertrouw ik op mijn gevoel voor gelijktijdigheid. Jij vertrouwt echter op jouw gevoel voor gelijktijdigheid als jij zegt dat mijn wekker langzamer loopt. Net zoals de begrippen *voor* en *achter* bij de theepot, verwijzen nu de begrippen *sneller* en *langzamer* naar andere referentiekaders.

Tot slot

Wanneer je een stok half in water onderdompelt, is die ogenschijnlijk gebroken op de waterlijn. Voel je echter met je hand naar die breuk dan blijkt dit niet echt te zijn. Iets dergelijks gebeurt als je een pen in de volle lengte voor je ogen houdt. Als je de punt naar ogen toe draait dan lijkt de pen steeds korter te worden.

Er zijn zo talloze paradoxen die op een eenvoudige manier verklaard kunnen worden. Tijdrek, lengtekrimp en massatoename zijn tegen-intuïtief, want we zijn niet gewend om te denken in de meetkunde van ruimtetijd.